

KRYTERIA OCENIANIA ODPOWIEDZI  
Próbna Matura z OPERONEMMatematyka  
Poziom rozszerzony

Listopad 2016

Zacznij  
przygotowania  
do matury już dziś

Kup vademecum

sklep.operon.pl/matura

## Zadania zamknięte

Za każdą poprawną odpowiedź zdający otrzymuje 1 punkt.

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	A	$  x+3 -5  < 2 \Leftrightarrow  x+3 -5 < 2 \wedge  x+3 -5 > -2$ $\Leftrightarrow  x+3  < 7 \wedge  x+3  > 3 \Leftrightarrow (x+3 < 7 \wedge x+3 > -7) \wedge (x+3 > 3 \vee x+3 < -3)$ $(x \in (-10, 4) \wedge x \in (-\infty, -6) \cup (0, +\infty)) \Leftrightarrow x \in (-10, -6) \cup (0, 4)$
2.	A	$\operatorname{tg} 22,5^\circ + \frac{1}{\operatorname{tg} 22,5^\circ} = \frac{\sin 22,5^\circ}{\cos 22,5^\circ} + \frac{\cos 22,5^\circ}{\sin 22,5^\circ} = \frac{\sin^2 22,5^\circ + \cos^2 22,5^\circ}{\sin 22,5^\circ \cos 22,5^\circ} =$ $= \frac{1}{2 \sin 22,5^\circ \cos 22,5^\circ} \cdot 2 = \frac{2}{\sin 45^\circ} = \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$
3.	C	<p>Jeśli <math>a</math> – bok trójkąta naprzeciwko kąta <math>120^\circ</math>, to</p> $a^2 = 100 + 36 - 2 \cdot 10 \cdot 6 \cdot \cos 120^\circ, \text{ zatem } a^2 = 100 + 36 + 2 \cdot 10 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow a = 14,$ $\frac{a}{\sin 120^\circ} = 2R \Rightarrow R = \frac{1}{2} \cdot \frac{14}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow R = \frac{14\sqrt{3}}{3}$
4.	B	$W'(x) = x^3 + 2x^2, W'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 + 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(x+2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -2,$ <p>ale tylko w punkcie <math>x_2 = -2</math> istnieje ekstremum, ponieważ tylko tam pochodna zmienia znak, zatem istnieje tylko jedno ekstremum</p>
5.	C	$\log_6 5 + 2 \log_{36} 3 = \log_6 5 + 2 \cdot \frac{\log_6 3}{\log_6 36} = \log_6 5 + \log_6 3 = \log_5 5 + \log_6 3 = \log_6 15$

Kup vademecum

sklep.operon.pl/matura

Kup vademecum

sklep.operon.pl/matura

## Zadania otwarte – kodowane

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania	Liczba punktów
6.	0 3 0	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3 - \frac{5}{n} - \frac{7}{n^2}}{5 + \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2}} - \left( \frac{2 - \frac{1}{n}}{3 + \frac{1}{n}} \right)^3 \right) = \frac{3}{5} - \frac{8}{27} = \frac{81 - 40}{135} = \frac{41}{135} =$ $= 0,303703... \approx 0,30$	0-2

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania	Liczba punktów
7.	1 4 4	$x^3 + x^2 - 7x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + 2x - 5) = 0$ $x_1 = 1, x_2 = -1 - \sqrt{6}, x_3 = -1 + \sqrt{6}$ , największa z tych liczb, to $x_3 = -1 + \sqrt{6} = 1,449489 \dots$	0-2
8.	7 5 5	$r^2 = 8 \cdot 11 \Rightarrow r = 2\sqrt{22}$ , $L = 2(2r + 19) = 8\sqrt{22} + 38 = 75,523326 \dots$	0-2

Kup vademecum

sklep.operon.pl/matura

## Zadania otwarte

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
9.	Rozwiązanie: $\frac{x-5}{4-x^2} \geq 0 \wedge 4-x^2 \neq 0 \Leftrightarrow (x-5)(4-x^2) \geq 0 \wedge 4-x^2 \neq 0 \Leftrightarrow$ $x \in (-\infty, -2) \cup (2, 5)$	0-2
	Istotny postępek: Zapisanie układu nierówności: $\frac{x-5}{4-x^2} \geq 0 \wedge 4-x^2 \neq 0$	1
	Rozwiązanie pełne: Rozwiązanie układu nierówności: $x \in (-\infty, -2) \cup (2, 5)$	2
10.	Rozwiązanie: $f'(x) = \frac{-3(4x^3 + 2x)}{(x^4 + x^2 - 75)^2}$ , $f'(-3) = \frac{-3(-108 - 6)}{(81 + 9 - 75)^2} = \frac{38}{25}$ $P = \left(-3, \frac{1}{5}\right)$ , czyli styczna ma postać: $y = \frac{38}{25}x + b$ , po podstawieniu punktu $P = \left(-3, \frac{1}{5}\right)$ Otrzymujemy: $\frac{1}{5} = \frac{38}{25} \cdot (-3) + b \Rightarrow b = \frac{119}{25}$ Zatem styczna ma wzór: $y = \frac{38}{25}x + \frac{119}{25}$	0-3
	Istotny postępek: Wyznaczenie wzoru pochodnej: $f'(x) = \frac{-3(4x^3 + 2x)}{(x^4 + x^2 - 75)^2}$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie pochodnej funkcji w punkcie: $f'(-3) = \frac{-3(-108 - 6)}{(81 + 9 - 75)^2} = \frac{38}{25}$	2
	Rozwiązanie pełne: Wyznaczenie równania stycznej: $y = \frac{38}{25}x + \frac{119}{25}$	3
11.	Rozwiązanie: Dla liczb wszystkich dodatnich prawdziwa jest nierówność: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ Zatem: $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 \geq 4 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + 2 + \frac{b^2}{a^2} \geq 4 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} \geq 2 \Rightarrow$ $\Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 3\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \geq 2 + 3 \cdot 2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 3\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \geq 8$	0-3

Kup vademecum

sklep.operon.pl/matura

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Istotny postęp: Zapisanie nierówności: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zapisanie nierówności: $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} \geq 2$	2
	Rozwiązanie pełne: Wykazanie tezy zadania: $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 3\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \geq 2 + 3 \cdot 2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 3\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \geq 8$	3
12.	Rozwiązanie: $\begin{cases} \frac{a_1}{1-q} = 40 \\ \frac{a_1}{1-q^2} = 32 \end{cases} \wedge  q  < 1 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 30 \\ q = \frac{1}{4} \end{cases}$	0-3
	Istotny postęp: Zapisanie równania: $\frac{a_1}{1-q} = 40 \wedge  q  < 1$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zapisanie układu równań: $\begin{cases} \frac{a_1}{1-q} = 40 \\ \frac{a_1}{1-q^2} = 32 \end{cases} \wedge  q  < 1$	2
	Rozwiązanie pełne: Rozwiązanie układu równań: $\begin{cases} a_1 = 30 \\ q = \frac{1}{4} \end{cases}$	3
13.	Rozwiązanie: $(\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha + \sin \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 0$ $2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} - \sin(\alpha - \beta) = 0$ $\sin(\alpha - \beta) \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 0$ $\sin(\alpha - \beta)(\sin(\alpha + \beta) - 1) = 0$ $\sin(\alpha - \beta) = 0 \vee \sin(\alpha + \beta) - 1 = 0$ $\sin(\alpha - \beta) = 0 \vee \sin(\alpha + \beta) = 1$ , uwzględniając fakt, że $\alpha, \beta$ są kątami trójkąta otrzymujemy: $\alpha = \beta \vee \alpha + \beta = 90^\circ$ , co kończy dowód	0-4
	Rozwiązanie, w którym jest postęp: Zapisanie równania w postaci: $(\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha + \sin \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 0$	1
	Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp: Zapisanie równania w postaci: $\sin(\alpha - \beta)(\sin(\alpha + \beta) - 1) = 0$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zapisanie równania w postaci alternatywnej: $\sin(\alpha - \beta) = 0 \vee \sin(\alpha + \beta) = 1$	3
	Rozwiązanie pełne: Uzasadnienie tezy zadania: $\alpha = \beta \vee \alpha + \beta = 90^\circ$ , ponieważ $\alpha, \beta$ są kątami trójkąta.	4

Kup vademecum

sklep.operon.pl/matura

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
14.	<p>Rozwiązanie:  <math>AB: y = \sqrt{3}x - 8\sqrt{3} + 4</math>  <math>B = (x, \sqrt{3}x - 8\sqrt{3} + 4)</math>  <math> AB  = \sqrt{(x-8)^2 + (\sqrt{3}x - 8\sqrt{3})^2}</math>  <math> AB  = 2\sqrt{x^2 - 16x + 64} = 2 x-8  \Rightarrow 2 x-8  = 22 \Rightarrow x = 19 \vee x = -3</math>  <math>B = (19, 11\sqrt{3} + 4) \vee B = (-3, -11\sqrt{3} + 4)</math></p>	0-4
	<p>Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp:                      Zapisanie równania prostej <math>AB: y = \sqrt{3}x - 8\sqrt{3} + 4</math></p>	1
	<p>Pokonanie zasadniczych trudności:                      Zapisanie równania w zależności od odciętej szukanego punktu:  <math>B = (x, \sqrt{3}x - 8\sqrt{3} + 4), 22 = \sqrt{(x-8)^2 + (\sqrt{3}x - 8\sqrt{3})^2}</math>                      lub układu równań: <math>\begin{cases} y = \sqrt{3}x - 8\sqrt{3} + 4 \\ \sqrt{(x-8)^2 + (y-4)^2} \end{cases}</math></p>	2
	<p>Rozwiązanie prawie pełne:                      Rozwiązanie równania: <math>2 x-8  = 22 \Rightarrow x = 19 \vee x = -3</math> lub rozwiązania <math>x^2 - 16x - 57 = 0 \Rightarrow x = 19 \vee x = -3</math></p>	3
	<p>Rozwiązanie pełne:                      Zapisanie odpowiedzi:  <math>B = (19, 11\sqrt{3} + 4) \vee B = (-3, -11\sqrt{3} + 4)</math></p>	4
15.	<p>Rozwiązanie:                      Oznaczamy:  <math>AB, CD</math> – odpowiednio dłuższa i krótsza podstawa trapezu  <math>J \in AD, K \in BC, E \in JK</math>, gdzie <math>JK</math> jest odcinkiem równoległym do <math>AB</math>  <math>h, H</math> – odpowiednio wysokość trójkąta <math>JED</math> na podstawę <math>JE</math> (i jednocześnie wysokość trójkąta <math>EKC</math> na podstawę <math>EK</math>) oraz trapezu <math>ABCD</math>  <math>G</math> – punkt przecięcia prostych <math>EF</math> i <math>AB</math>                      Najpierw wykażemy, że: <math> JE  =  EK </math>                      Trójkąty <math>JED</math> i <math>ABD</math> oraz <math>EKC</math> i <math>ABD</math> są podobne, zatem: <math>\frac{ JE }{ AB } = \frac{h}{H}</math> oraz <math>\frac{ KE }{ AB } = \frac{h}{H}</math>,                      stąd:  <math>\frac{ JE }{ AB } = \frac{ KE }{ AB } \Rightarrow  JE  =  KE </math>                      Trójkąty <math>JEF</math> i <math>AGF</math> oraz <math>GBF</math> i <math>EKF</math> są podobne, zatem: <math>\frac{ JE }{ AG } = \frac{ EF }{ FG }</math> oraz <math>\frac{ KE }{ GB } = \frac{ FE }{ FG }</math>, stąd <math>\frac{ KE }{ GB } = \frac{ JE }{ AG } \wedge  JE  =  KE  \Rightarrow  BG  =  AG </math>, co wykazuje tezę zadania</p>	0-4
	<p>Rozwiązanie, w którym jest postęp:                      Wprowadzenie oznaczeń:  <math>AB, CD</math> – odpowiednio dłuższa i krótsza podstawa trapezu  <math>J \in AD, K \in BC, E \in JK</math>, gdzie <math>JK</math> jest odcinkiem równoległym do <math>AB</math>  <math>h, H</math> – odpowiednio wysokość trójkąta <math>JED</math> na podstawę <math>JE</math> (i jednocześnie wysokość trójkąta <math>EKC</math> na podstawę <math>EK</math>) oraz trapezu <math>ABCD</math>  <math>G</math> – punkt przecięcia prostych <math>EF</math> i <math>AB</math></p>	1

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	<p>Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp: Zauważenie, że trójkąty <math>JED</math> i <math>ABD</math> oraz <math>EKC</math> i <math>ABD</math> są podobne i wykazanie, że <math> JE  =  KE </math></p> $\frac{ JE }{ AB } = \frac{h}{H} \text{ oraz } \frac{ KE }{ AB } = \frac{h}{H}, \text{ stąd:}$ $\frac{ JE }{ AB } = \frac{ KE }{ AB } \Rightarrow  JE  =  KE $	2
	<p>Pokonanie zasadniczych trudności: Zauważenie, że trójkąty <math>JEF</math> i <math>AGF</math> oraz <math>GBF</math> i <math>EKF</math> są podobne i zapisanie proporcji <math>\frac{ JE }{ AG } = \frac{ EF }{ FG }</math> oraz <math>\frac{ KE }{ GB } = \frac{ FE }{ FG }</math></p>	3
	<p>Rozwiązanie pełne: Wykazanie tezy zadania: <math>\frac{ KE }{ GB } = \frac{ JE }{ AG } \wedge  JE  =  KE  \Rightarrow  BC  =  AG </math></p>	4
16.	<p>Rozwiązanie: <math>A</math> – wylosowanie kuli białej z urny w drugim losowaniu <math>B_1, B_2, B_3</math> – odpowiednio wylosowanie dwóch kul białych w pierwszym losowaniu, wylosowanie kuli czarnej i białej w pierwszym losowaniu, wylosowanie dwóch kul czarnych w pierwszym losowaniu</p> $P(B_1) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{10}{66}, P(B_2) = \frac{\binom{5}{1}\binom{7}{1}}{\binom{12}{2}} = \frac{35}{66}, P(B_3) = \frac{\binom{7}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{21}{66}$ $P(A/B_1) = \frac{3}{10}, P(A/B_2) = \frac{4}{10}, P(A/B_3) = \frac{5}{10},$ $P(A) = \frac{3}{10} \cdot \frac{10}{66} + \frac{4}{10} \cdot \frac{35}{66} + \frac{5}{10} \cdot \frac{21}{66} = \frac{5}{12}$	0–4
	<p>Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp: Wprowadzenie oznaczeń: <math>A</math> – wylosowanie kuli białej z urny w drugim losowaniu <math>B_1, B_2, B_3</math> – odpowiednio wylosowanie dwóch kul białych w pierwszym losowaniu, wylosowanie kuli czarnej i białej w pierwszym losowaniu, wylosowanie dwóch kul czarnych w pierwszym losowaniu</p>	1
	<p>Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp: Obliczenie prawdopodobieństw: <math>P(A/B_1) = \frac{3}{10}, P(A/B_2) = \frac{4}{10}, P(A/B_3) = \frac{5}{10}</math></p>	2
	<p>Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie prawdopodobieństw:</p> $P(B_1) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{10}{66}, P(B_2) = \frac{\binom{5}{1}\binom{7}{1}}{\binom{12}{2}} = \frac{35}{66}, P(B_3) = \frac{\binom{7}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{21}{66}$	3
	<p>Rozwiązanie pełne: Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia: <math>A: P(A) = \frac{3}{10} \cdot \frac{10}{66} + \frac{4}{10} \cdot \frac{35}{66} + \frac{5}{10} \cdot \frac{21}{66} = \frac{5}{12}</math></p>	4

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
17.	<p><b>Rozwiązanie:</b>  <math>m + 1 \neq 0 \wedge \Delta &gt; 0 \Leftrightarrow m \neq -1 \wedge (2m - 2)^2 + 8(m^2 - 1) &gt; 0 \Leftrightarrow</math>  <math>\Leftrightarrow m \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty) \setminus \{-1\}</math></p> $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} < 2 \Rightarrow \frac{x_2^3 + x_1^3}{x_1^3 x_2^3} < 2 \Rightarrow \frac{(x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2)}{(x_1 x_2)^3} < 2$ $\frac{(x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2]}{(x_1 x_2)^3} < 2 \Rightarrow \frac{\left(\frac{2m-2}{m+1}\right)\left[\left(\frac{2m-2}{m+1}\right)^2 + 6\frac{m-1}{m+1}\right]}{\left(\frac{-2m+2}{m+1}\right)^3} < 2$ $\frac{10m^2 - 8m - 2}{(m-1)^2} > -8 \Rightarrow 3m^2 - 4m + 1 > 0 \Rightarrow m \in \left(-\infty, \frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty)$ <p>Wyznaczamy część wspólną wszystkich warunków i otrzymujemy:  <math>m \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty) \setminus \{-1\}</math></p>	0–5
	<p><b>I część</b>  Zapisanie i rozwiązanie warunków istnienia dwóch różnych pierwiastków:  <math>m + 1 \neq 0 \wedge \Delta &gt; 0 \Leftrightarrow m \neq -1 \wedge (2m - 2)^2 + 8(m^2 - 1) &gt; 0 \Leftrightarrow</math>  <math>\Leftrightarrow m \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty) \setminus \{-1\}</math></p>	1 (za I część przyznaje się 1 pkt)
	<p><b>II część</b>  Rozwiązanie warunku: suma odwrotności sześciątów pierwiastków jest mniejsza od dwóch. Zapisanie warunku w postaci:  <math display="block">\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} &lt; 2 \Rightarrow \frac{x_2^3 + x_1^3}{x_1^3 x_2^3} &lt; 2 \Rightarrow \frac{(x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2)}{(x_1 x_2)^3} &lt; 2</math> <math display="block">\Rightarrow \frac{(x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2]}{(x_1 x_2)^3} &lt; 2</math></p>	2
	<p>Przekształcenie warunku do postaci: <math display="block">\Rightarrow \frac{\left(\frac{2m-2}{m+1}\right)\left[\left(\frac{2m-2}{m+1}\right)^2 + 6\frac{m-1}{m+1}\right]}{\left(\frac{-2m+2}{m+1}\right)^3} &lt; 2</math></p>	3
	<p><b>Rozwiązanie nierówności:</b>  <math display="block">\frac{10m^2 - 8m - 2}{(m-1)^2} &gt; -8 \Rightarrow 3m^2 - 4m + 1 &gt; 0 \Rightarrow m \in \left(-\infty, \frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty)</math></p> <p><b>III część</b>  Wyznaczenie części wspólnej rozwiązań wszystkich warunków:  <math>m \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty) \setminus \{-1\}</math></p>	4 (za II część przyznaje się 3 pkt) 5 (za III część przyznaje się 1 pkt)



Więcej arkuszy znajdziesz na stronie: arkusze.pl

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
18.	<p>Rozwiązanie:</p> $P = \left(x, \frac{2}{x}\right), d(P, l) = \frac{ 4x + 3y + 6 }{5} = \frac{\left 4x + \frac{6}{x} + 6\right }{5} = \frac{ 4x^2 + 6x + 6 }{5x}$ $d(x) = \frac{ 4x^2 + 6x + 6 }{5x} = \frac{4x^2 + 6x + 6}{5x} - \text{ponieważ wartość wyrażenia } \frac{4x^2 + 6x + 6}{5x}$ <p>wartości bezwzględnej jest dodatnia, <math>D = (0, +\infty)</math></p> $d'(x) = \frac{20x^2 - 30}{25x^2}$ $d'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{20x^2 - 30}{25x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ (odcięta ujemna nie należy do dziedzi-}$ <p>ny funkcji)</p> $d'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(0, \sqrt{\frac{3}{2}}\right) \wedge d'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left(\sqrt{\frac{3}{2}}, +\infty\right), \text{ zatem funkcja maleje}$ <p>w przedziale <math>\left(0, \sqrt{\frac{3}{2}}\right)</math> i rośnie w przedziale <math>\left(\sqrt{\frac{3}{2}}, +\infty\right)</math>, więc w punkcie <math>x = \sqrt{\frac{3}{2}}</math> funkcja osiąga minimum będące najmniejszą wartością funkcji</p> $P = \left(\sqrt{\frac{3}{2}}, 2\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ $d\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) = \frac{4 \cdot \frac{3}{2} + 6\sqrt{\frac{3}{2}} + 6}{5\sqrt{\frac{3}{2}}} = \frac{6 + 4\sqrt{6}}{5}$	0–7
	<p>I część</p> <p>Wyznaczenie wzoru funkcji określającej odległość punktu hiperboli od danej prostej: Zapisanie współrzędnych punktu w postaci: <math>P = \left(x, \frac{2}{x}\right)</math></p>	1
	<p>Wyznaczenie wzoru na odległość punktu od prostej: <math>d(x) = \frac{4x^2 + 6x + 6}{5x}</math></p>	2
	<p>Zapisanie dziedziny funkcji: <math>x \in (0, +\infty)</math></p>	3 (za I część przyznaje się 3 pkt)
	<p>II część</p> <p>Zbadanie pochodnej i wyznaczenie ekstremum. Wyznaczenie wzoru pochodnej funkcji: <math>d'(x) = \frac{20x^2 - 30}{25x^2}</math></p>	4
	<p>Wyznaczenie miejsca zerowego pochodnej: <math>x = \sqrt{\frac{3}{2}}</math></p>	5

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	<p>Zbadanie znaków pochodnej i zapisanie wniosku dotyczącego minimum funkcji:</p> <p><math>d'(x) &lt; 0 \Leftrightarrow x \in \left(0, \sqrt{\frac{3}{2}}\right) \wedge d'(x) &gt; 0 \Leftrightarrow x \in \left(\sqrt{\frac{3}{2}}, +\infty\right)</math>, zatem funkcja maleje w przedziale <math>\left(0, \sqrt{\frac{3}{2}}\right)</math> i rośnie w przedziale <math>\left(\sqrt{\frac{3}{2}}, +\infty\right)</math>, więc w punkcie <math>x = \sqrt{\frac{3}{2}}</math> funkcja osiąga minimum będące najmniejszą wartością funkcji</p>	6 (za II część przyznaje się 3 pkt)
	<p>III część</p> <p>Wyznaczenie najmniejszej wartości funkcji: <math>d\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) = \frac{4 \cdot \frac{3}{2} + 6\sqrt{\frac{3}{2}} + 6}{5\sqrt{\frac{3}{2}}} = \frac{6 + 4\sqrt{6}}{5}</math></p>	7 (za III część przyznaje się 1 pkt)

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie: arkusze.pl

## TWÓJ KOD DOSTĘPU

DB3F79C95

Wybierz

Zdecydowanie  
NAJLEPSZY SERWIS DLA  
**MATURZYSTÓW**  
WWW.GIELDAMATURALNA.PL

### DLA CIEBIE:

- ▶ WIĘCEJ ZADAŃ
- ▶ PEŁEN DOSTĘP do całego serwisu przez 2 tygodnie\*!

- ① Zaloguj się na [gieldamaturalna.pl](http://gieldamaturalna.pl)
- ② Wpisz swój kod
- ③ Odblokuj dostęp do bazy tysięcy zadań i arkuszy
- ④ Przygotuj się do matury z nami!

\* Kod umożliwia dostęp do wszystkich materiałów zawartych w serwisie [gieldamaturalna.pl](http://gieldamaturalna.pl) przez 14 dni od daty aktywacji (pierwsze użycie kodu). Kod należy aktywować do dnia 31.12.2016 r.

Najlepsze zakupy  
przed egzaminem!

TESTY, VADEMECUM  
I PAKIETY 2017

